

6.2. Logikai függvények egyszerűsítése grafikus módszerrel

Elméleti összefoglaló

Szabályos alakok megadása négy változóra:

	A	B	C	D
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

A mellékelt táblázatban összefoglaltuk és sorszámoztuk négy változóra az összes lehetséges állapotot. Ebből a táblázatból könnyen ki lehet olvasni a szabályos alakban megadott mintermeket és maxtermeket.

Minterm: az összes változó ÉS kapcsolata.

Maxterm: az összes változó VAGY kapcsolata.

Diszjunktív szabályos alak: mintermek VAGY kapcsolata.

Konjunktív szabályos alak: maxtermek ÉS kapcsolata.

Példa diszjunktív szabályos alakra:

$$F^4 = \sum^4 (3,4,8,11,14) = m_3^4 + m_4^4 + m_8^4 + m_{11}^4 + m_{14}^4 =$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}$$

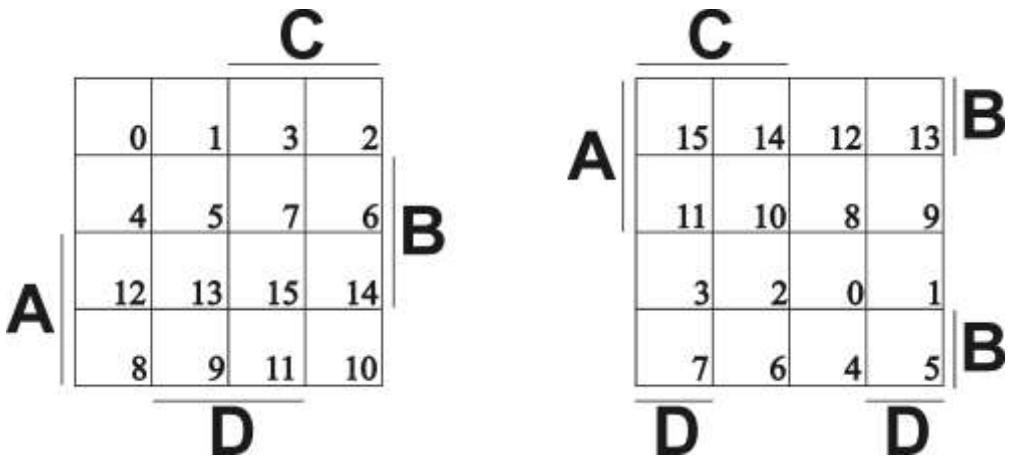
Példa konjunktív szabályos alakra:

$$F^4 = \prod^4 (2,6,9,12,15) = M_2^4 + M_6^4 + M_9^4 + M_{12}^4 + M_{15}^4 =$$

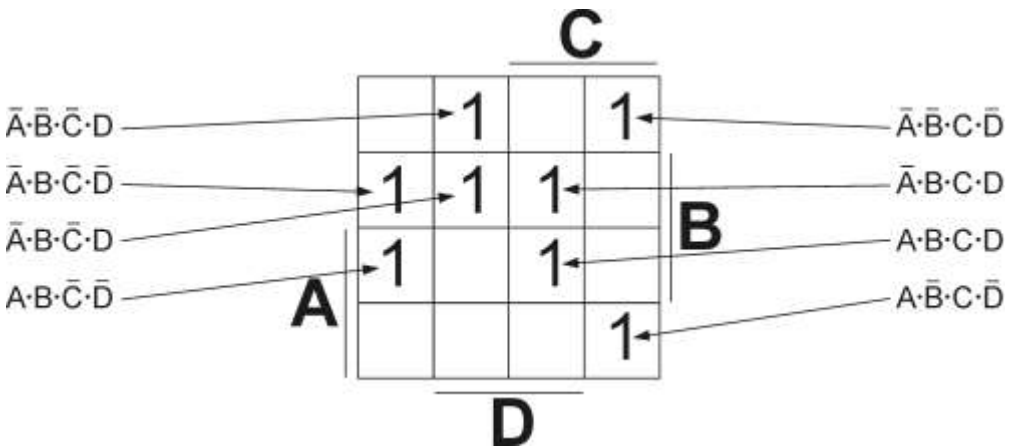
$$= (\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + B + C + \bar{D}) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C + D) \cdot (A + B + C + D)$$

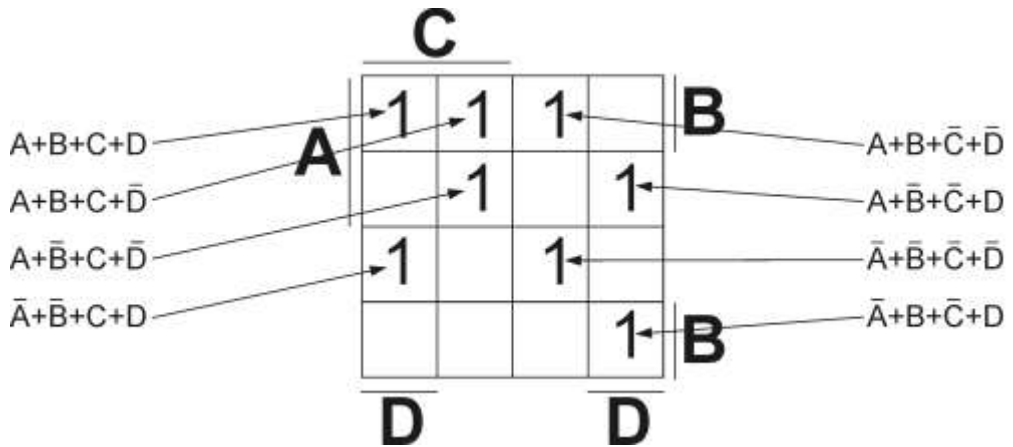
Grafikus egyszerűsítési módszer:

A több grafikus egyszerűsítési módszer közül itt a Veitch-táblát mutatjuk be négy változóra. Az alábbi ábrán bal oldalon a minterm, jobb oldalon a maxterm tábla látható. Minden oldalon egy-egy változó van jelölve. Ahol vonal van az ponált, a másik negáltat jelent.



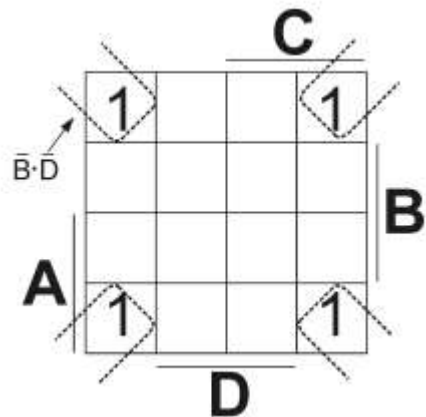
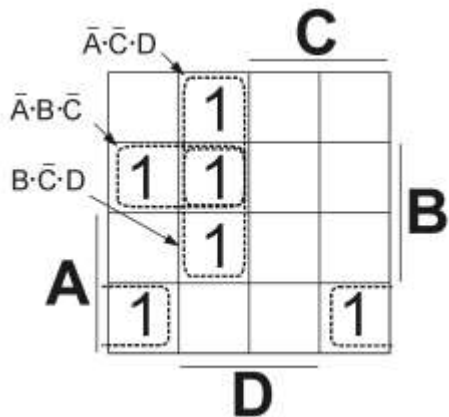
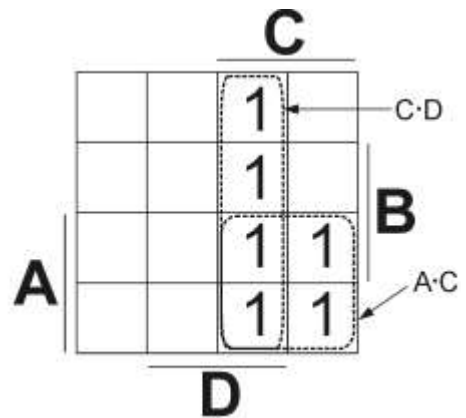
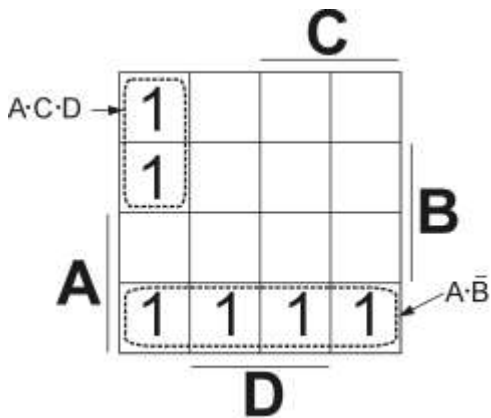
A minterm táblánál a cellák mintermeket, a maxterm táblánál maxtermeket tartalmaznak. Az alábbi ábrák erre mutatnak példákat. Az első egy minterm a második egy maxterm tábla.





Példa az egyszerűsítésre:

Az alábbi négy minterm táblán néhány egyszerűsítési lehetőség van bemutatva.



Mintapélda:

Egyszerűsítse az alább megadott logikai függvényt grafikus módszerrel, majd készítsen hozzá NOT, AND, és OR kapuból felépített hálózatot!

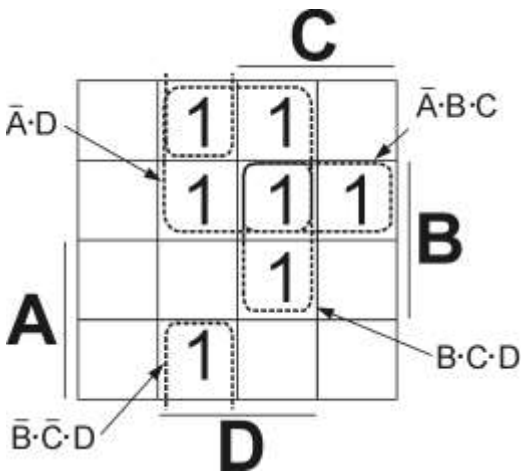
Valósítsa meg a függvényt NAND kapukkal!

A bemeneti változók csak ponált alakban állnak rendelkezésre!

$$F^4 = \sum^4(1,3,5,6,7,9,15)$$

Megoldás:

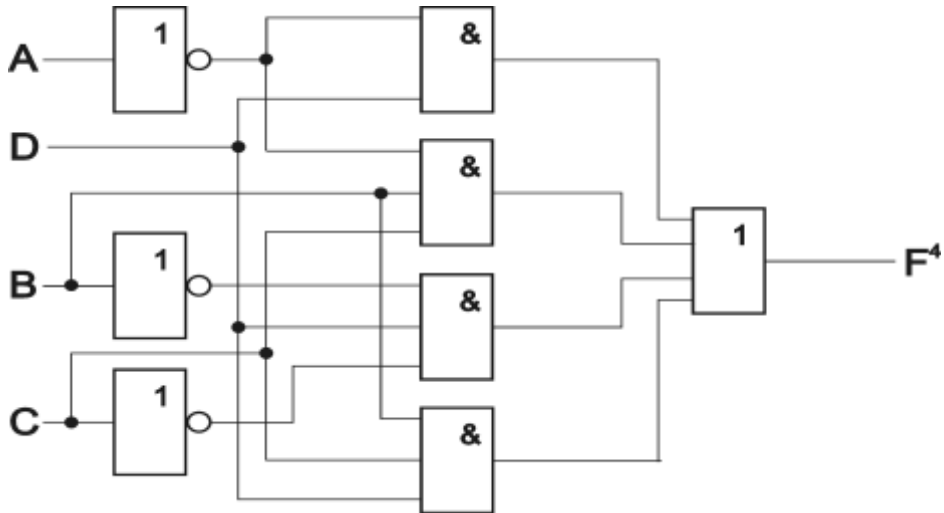
Első lépésként felrajzoljuk a Veitch táblát, majd minél több mintertmet tartalmazó hurkokat keresünk.



A kapott mintermekkel felírhatjuk az egyszerűsített függvényt:

$$F^4 = \bar{A} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D + B \cdot C \cdot D$$

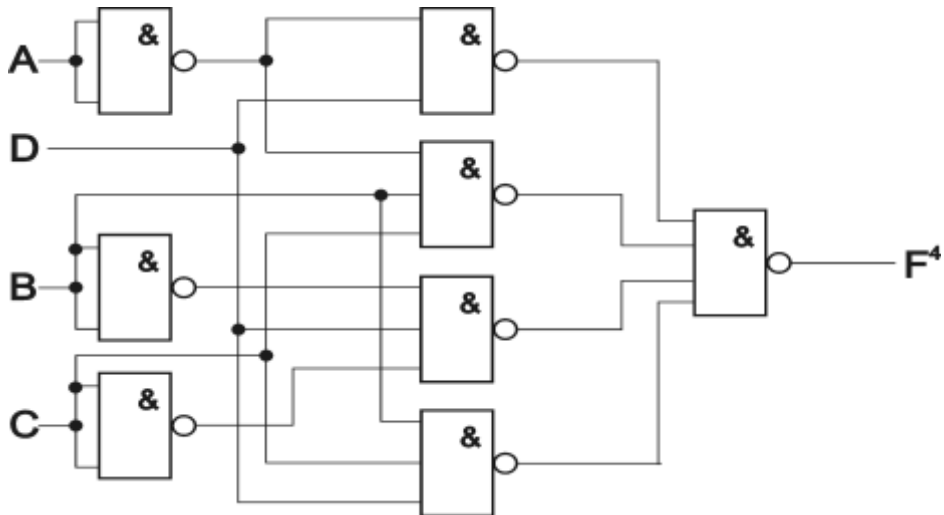
Az egyszerűsített függvényből már felrajzolható a NOT, AND és OR kapcsolatokot tartalmazó hálózat. Tekintettel arra, hogy a D változó kivételével mindegyiknek kell a negált állapota ezért az A, a B és C változókat rögtön egy NOT kapura kell kötni:



A NAND kapus realizáció a függvény kétszeri negálásával és a De-Morgan tétellel történő egyszerűsítésével kapható meg:

$$F^4 = \overline{A \cdot D} + \overline{A \cdot B \cdot C} + \overline{B \cdot \overline{C} \cdot D} + \overline{B \cdot C \cdot D} = \overline{\overline{\overline{A \cdot D}} \cdot \overline{\overline{\overline{A \cdot B \cdot C}}} \cdot \overline{\overline{\overline{B \cdot \overline{C} \cdot D}}} \cdot \overline{\overline{\overline{B \cdot C \cdot D}}}}$$

$$= (\overline{A \cdot D}) \cdot (\overline{A \cdot B \cdot C}) \cdot (\overline{B \cdot \overline{C} \cdot D}) \cdot (\overline{B \cdot C \cdot D})$$



Vegyük észre, hogy a fenti rajz struktúrája megegyezik a NÉV hálózatával.

Feladatok

6.2.1.

Adja meg az alábbi igazságtáblázatok alapján a diszjunktív és konjunktív szabályos alakokat!

A	B	C	F ³
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

a,

A	B	C	F ³
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

b,

A	B	C	F ³
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

c,

A	B	C	F ³
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

d,

6.2.2.

Készítse el a szabályos alakban megadott függvények minterm és maxterm Veitch tábláját!

Az a-d feladatban megadott diszjunktív szabályos alakoknak adja meg a konjunktív szabályos alakját!

Az e-h feladatban megadott konjunktív szabályos alakoknak adja meg a diszjunktív szabályos alakját!

a.) $\sum^4(0,1,7,10,13,15)$

b.) $\sum^4(1,2,4,7,8,11,13,14)$

c.) $\sum^4(1,3,4,6,7,11,13)$

b.) $\sum^4(3,4,5,7,11,13,14)$

e.) $\prod^4(1,2,4,7,8,11,13,14)$

f.) $\prod^4(0,2,4,5,10,11,14,15)$

g.) $\prod^4(0,4,8,9,10,11,12)$

h.) $\prod^4(2,4,8,9,10,12,13,15)$

6.2.3.

Adja meg az alábbi igazságtáblákhoz tartozó minterm és maxterm Veitch táblát!

A	B	C	D	F ⁴
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

a.)

A	B	C	D	F ⁴
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

b.)

A	B	C	D	F ⁴
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

c.)

A	B	C	D	F ⁴
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

d.)

6.2.4.

Egyszerűsítse az alábbi igazságtáblával megadott logikai függvényeket grafikusan! Adja meg az egyszerűsített függvényt AND és OR kapukkal!

Adja meg az egyszerűsített függvényt NAND kapukkal!

A	B	C	F ³
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

a,

A	B	C	F ³
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

b,

A	B	C	F ³
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

c,

A	B	C	F ³
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

d,

6.2.5.

Egyszerűsítse az alábbi diszjunktív szabályos alakkal megadott logikai függvényeket grafikusan!

Adja meg az egyszerűsített függvényt AND és OR kapukkal!

Adja meg az egyszerűsített függvényt NAND kapukkal!

a.) $\sum^4(0,1,2,3,5,9,13)$

b.) $\sum^4(0,1,4,5,10,11,14,15)$

c.) $\sum^4(0,1,2,3,8,9,10,11)$

d.) $\sum^4(1,3,5,7,9,11,12,13,14,15)$

e.) $\sum^4(0,1,8,9,10,11)$

f.) $\sum^4(0,2,8,10,12,13,14,15)$

g.) $\sum^4(1,4,5,13,15)$

h.) $\sum^4(1,3,5,6,7,9,12,14,15)$

6.2.6.

Egyszerűsítse az alábbi szabályos alakkal megadott logikai függvényeket grafikusan!

Adja meg az egyszerűsített függvényt AND és OR kapukkal (ÉS kapcsolatok VAGY kapcsolatával és VAGY kapcsolatok ÉS kapcsolatával is)!

Adja meg az egyszerűsített függvényt NAND kapukkal!

Adja meg az egyszerűsített függvényt NOR kapukkal!

a.) $\sum^4(0,1,6,7,8,9,14,15)$

b.) $\sum^4(0,2,5,7,8,10,13,15)$

c.) $\prod^4(2,6,9,10,11,13,14,15)$

d.) $\prod^4(2,3,4,5,8,9,14,15)$

e.) $\prod^4(0,1,3,7,8,9,11,12,13)$

f.) $\prod^4(1,5,7,8,9,10,11,15)$

6.2.7.

Egyszerűsítse az alábbi szabályos alakkal megadott logikai függvényeket grafikusan!

Adja meg az egyszerűsített függvényt NAND kapukkal!

Adja meg az egyszerűsített függvényt NOR kapukkal!

A változók csak ponált alakban állnak rendelkezésre!

a,) $\sum^4(0,1,2,3,4,5,10,11)$ b,) $\sum^4(0,2,4,6,8,10)$

c,) $\sum^4(1,2,3,5,8,9,10,11,13)$ d,) $\sum^4(0,1,2,3,9,11)$

e,) $\prod^4(2,4,6,7,10,12,14,15)$ f,) $\prod^4(1,4,5,7,8,9,11,12,13,15)$

g,) $\prod^4(1,4,5,6,7,8,9,12,13,14)$ h,) $\prod^4(3,10,11,12,14,15)$