

6.1. Logikai függvények egyszerűsítése, BOOLE algebra

Elméleti összefoglaló

Alaptételek:	$A \cdot 1 = A$	$A + 1 = 1$	$\overline{\overline{A}} = A$
	$A \cdot 0 = 0$	$A + 0 = A$	
	$A \cdot A = A$	$A + A = A$	
	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$	
	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$	
Asszociatív szabály:	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$	
Kommutatív szabály:	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$		
	$A + (B + C) = (A + B) + C$		
Disztributív szabály:	$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$		
	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C) !!!$		
Abszorpciós tétel:	$A + A \cdot B + A \cdot B \cdot C = A$	$A \cdot A + B \cdot A + B + C = A$	
De Morgan tétel:	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	

Mintapéldák:

Egyszerűsítse az alábbi függvényeket:

$$a) F^3 = \overline{A} \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} =$$

$$b) F^3 = (A + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) =$$

$$c) F^3 = \overline{A} \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C =$$

$$d) F^3 = B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} =$$

Megoldás:

a) Alkalmazott tételek: $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$, $A + \bar{A} = 1$,

és $A \cdot 1 = A$

$$F^3 = \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} = A \cdot \bar{B} \cdot (C + \bar{C}) = A \cdot \bar{B} \cdot 1 = \underline{\underline{A \cdot \bar{B}}}$$

b) Alkalmazott tételek: $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$, $A \cdot \bar{A} = 0$,

és $A + 0 = A$

$$\begin{aligned} F^3 &= (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) = (\bar{B} + \bar{C}) + (A \cdot \bar{A}) \cdot (B + \bar{C}) = \\ &= (\bar{B} + \bar{C}) + 0 + (B + \bar{C}) = \bar{C} + (\bar{B} \cdot B) = \bar{C} + 0 = \underline{\underline{\bar{C}}} \end{aligned}$$

c) Alkalmazott tételek: $A + A = A$, $A + B = B + A$, $A + \bar{A} = 1$, $A \cdot 1 = A$

és $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$

$$\begin{aligned} F^3 &= \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C = \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C = \\ &= \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C = \bar{A} \cdot B \cdot (C + \bar{C}) + B \cdot C \cdot (A + \bar{A}) = \\ &= \bar{A} \cdot B \cdot 1 + B \cdot C \cdot 1 = \bar{A} \cdot B + B \cdot C = \underline{\underline{B(\bar{A} + C)}} \end{aligned}$$

d) Alkalmazott tételek: $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$, $A + \bar{A} = 1$, $A \cdot 1 = A$,

és $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

$$\begin{aligned} F^3 &= B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = \bar{C} \cdot (\bar{A} + B) + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = \bar{C} \cdot \overline{A \cdot \bar{B}} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = \\ &= \bar{C} \cdot (\overline{A \bar{B}} + A \bar{B}) = \bar{C} \cdot 1 = \underline{\underline{\bar{C}}} \end{aligned}$$

Feladatok

6.1.1.

Egyszerűsítse az alábbi függvényeket!

a) $F^3 = \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C =$

b) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B =$

c) $F^3 = A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C =$

d) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C =$

e) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C =$

f) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C =$

g) $F^3 = \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} =$

h) $F^3 = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} =$

6.1.2.

Egyszerűsítse az alábbi függvényeket!

a) $F^3 = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + \bar{B}) =$

b) $F^3 = (A + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{C}) =$

c) $F^3 = (\bar{A} + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) =$

d) $F^3 = (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C) =$

e) $F^3 = (A + B + C) \cdot (A + B + \bar{C}) =$

f) $F^3 = (A + B + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C) =$

g) $F^3 = (A + B + C) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C) =$

h) $F^3 = (A + B + C) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C}) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + C) =$

6.1.3.

Egyszerűsítse az alábbi függvényeket!

a) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C =$

b) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} =$

c) $F^3 = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} =$

d) $F^3 = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C + B \cdot \bar{C} =$

e) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot C =$

f) $F^3 = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} =$

g) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C + \bar{B} \cdot C =$

h) $F^3 = \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B + A \cdot B =$

6.1.4.

Egyszerűsítse az alábbi függvényeket!

a) $(A+B+C) \cdot (B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+C) =$

b) $(A+B) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (A+\bar{B}+C) =$

c) $(\bar{A}+B+C) \cdot (\bar{A}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C) =$

d) $(A+\bar{B}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C) =$

e) $(A+B+\bar{C}) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{C}) =$

f) $(A+C) \cdot (\bar{A}+B+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C) =$

g) $(A+B+C) \cdot (B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}) =$

h) $(A+B) \cdot (\bar{A}+B) \cdot (\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{B}+C) =$

6.1.5.

Egyszerűsítse az alábbi függvényeket!

a) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C =$

b) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} =$

c) $F^3 = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C =$

d) $F^3 = A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} =$

e) $F^3 = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C =$

f) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C =$

6.1.6.

Egyszerűsítse az alábbi függvényeket!

a) $F^3 = (A+B+C) \cdot (A+B+\bar{C}) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) =$

b) $F^3 = (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (A+\bar{B}+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}) =$

c) $F^3 = (\bar{A}+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+C) =$

d) $F^3 = (A+B+\bar{C}) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}) =$

e) $F^3 = (A+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}) =$

f) $F^3 = (A+B+C) \cdot (A+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+\bar{C}) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) =$

6.1.7.

Egyszerűsítse az alábbi függvényeket!

a) $F^3 = \bar{A} \cdot B + B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C =$

b) $F^3 = \bar{A} \cdot C + \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C =$

c) $F^3 = A \cdot \bar{B} + \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} =$

d) $F^3 = A \cdot C + B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C =$

e) $F^3 = \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot \bar{C} =$

f) $F^3 = \bar{A} \cdot C + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} =$

g) $F^3 = B \cdot C + A \cdot B + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} =$

h) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{B} + B =$

i) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} =$

j) $F^3 = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{B} \cdot C + A \cdot C + \bar{A} \cdot B + B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{C} =$